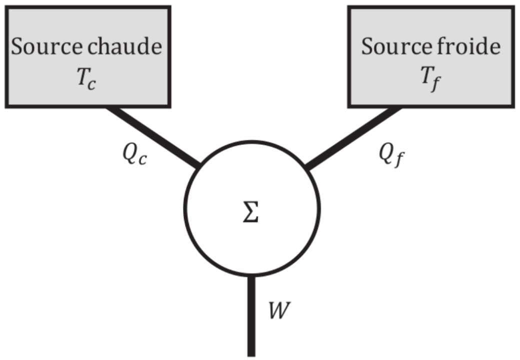
Problème 1 : Réfrigérateur domestique

I Modélisation d'une machine réfrigérante ditherme

L'énoncé comporte un tableau et des figures en annexe, qui devront être rendus complétés avec la copie.

On représente schématiquement une machine ditherme comme ci-contre.
On note :

- Σ le fluide caloporteur ;
- Q_c le transfert thermique reçu de la source chaude (dont la température est notée T_c), par le fluide pendant un cycle ;
- Q_f le transfert thermique reçu de la source froide (dont la température est notée T_f), par le fluide pendant un cycle ;
- W le travail reçu de l'extérieur par le fluide pendant un cycle.



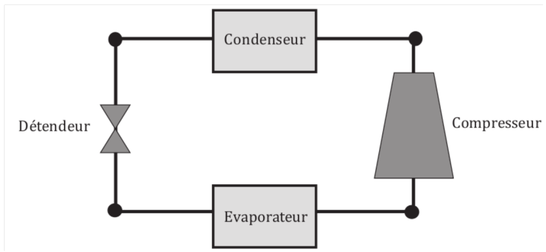
I.1. Préciser les signes de Q_c, Q_f et W lorsque la machine fonctionne en réfrigérateur.

I.2. Définir l'efficacité e_f d'une telle machine et montrer qu'elle est majorée par une efficacité maximale $e_{f,max}$ dont on établira l'expression en fonction de T_f et T_c. Calculer la valeur de $e_{f,max}$ pour un réfrigérateur devant conserver des aliments à 5 °C dans une atmosphère à 30 °C.

II Étude d'un cycle à compression de vapeur

Le fluide caloporteur décrit le cycle schématisé ci-contre :

- de 4 à 1, dans l'**évaporateur** : évaporation isotherme à $\theta_{evap} = 0\,°C$ puis surchauffe isobare jusqu'à 10 °C ;
- de 1 à 2 : compression adiabatique dans le **compresseur** ;
- de 2 à 3, dans le **condenseur** : refroidissement isobare, liquéfaction isobare à $\theta_{cond} = 40\,°C$ puis sous-refroidissement isobare du liquide jusqu'à 30 °C.
- de 3 à 4, dans le **détendeur** : détente isenthalpique du fluide.



On note respectivement, h_i, s_i et v_i l'enthalpie, l'entropie et le volume massiques du fluide dans un état $i = 1, \ldots, 4$ quelconque.

On note de même P_i et T_i la pression et la température du fluide dans l'état i.
Entre deux états i et j, on note :

- $\Delta_{ij}h$ la variation d'enthalpie massique du fluide (les notations utilisées pour d'autres fonctions d'état s'en déduisent) ;
- q_{ij} le transfert thermique massique reçu par le fluide ;
- $w_{u,ij}$ le travail massique utile reçu par le fluide.

On indique :

- que l'évaporateur, le condenseur et le détendeur ne comportent aucune partie mobile ni aucun dispositif électrique ;
- que le compresseur et le détendeur sont parfaitement calorifugés ;
- qu'on négligera les variations d'énergie mécanique macroscopique dans toute l'étude.

II.1. Déterminer, en le justifiant soigneusement, sur quelles étapes du cycle sont échangées les énergies Q_c, Q_f et W.

II.2. On suppose dans un premier temps que la compression est **adiabatique et réversible**. Elle conduit alors le fluide de l'état 1 à un état noté $2s$.

(**a**) Placer, en justifiant leurs coordonnées, les points correspondants aux états $1, 2s, 3$ et 4 dans les diagrammes $P(h)$ et $T(s)$ des figures 2 et 3, qu'on rendra avec la copie. On commencera par placer le point 1.
Ne pas se préoccuper du point $2'$ déjà placé sur le diagramme qui sera exploité plus tard.

(**b**) Remplir les colonnes représentant les états $1, 2s, 3$ et 4 du tableau 1 du fluide $R134a$ utilisé.

II.3. On étudie le comportement de la vapeur sèche. On appuiera les raisonnements et calculs sur des lectures sur les courbes en utilisant des points qu'on rajoutera.

(**a**) Lire sur la courbe 2 quelle serait la température du gaz $R134a$ à l'issue d'une compression isenthalpique de l'état $2'$ jusqu'à une pression de $P = 20\,\text{bar}$? Comparer au cas d'un gaz parfait et commenter.

(**b**) On donne les variations de l'entropie molaire d'un gaz parfait lors d'une transformation qui amène sa température de T_i à T_f et son volume de V_i à V_f :

$$\Delta S = R\left(\frac{1}{\gamma - 1}\ln\frac{T_f}{T_i} + \ln\frac{V_f}{V_i},\right) \tag{1}$$

avec R la constante des gaz parfaits et γ (supposé constant) le rapport des capacités thermiques massiques à pression constante c_{pm} et à volume constant c_{vm}. Établir l'expression du changement de pression en fonction du changement de température d'un gaz parfait lors d'une transformation adiabatique et réversible. Lire, en considérant sur la courbe 2 une compression de l'état 40 °C ; 2 bar jusqu'à 10 bar, quelle est la valeur du coefficient γ si on considère la vapeur comme un gaz parfait.

(**c**) Lire sur la courbe 2 une estimation du coefficient c_{pm} la vapeur pour des températures proches de 40 °C et des pressions proches de 2 bar.

(**d**) Lire, en considérant une isochore sur la courbe 3, une estimation de c_{vm}.

(**e**) Conclure quant à la validité de l'expression 1 dans ces conditions.

II.4. On ne considère plus désormais que la compression est réversible. Le compresseur est caractérisé par son *rendement isentropique*, défini par :

$$\eta = \frac{h_{2s} - h_1}{h_2 - h_1},$$

dont la valeur est $\eta = 75\%$. Le cycle étudié est désormais $1 \to 2 \to 3 \to 4 \to 1$.

(**a**) Placer, en justifiant sa position, le nouveau point 2 sur la figure 2 et tracer le cycle correspondant en utilisant une autre couleur. Compléter, en le justifiant, la colonne 2 du tableau 1.

(**b**) Comparer s_2 et s_{2s} et commenter.

II.5. On détermine l'efficacité de la machine.

(**a**) Exprimer l'efficacité thermique, notée e de la machine en fonction des enthalpies massiques des différents points du cycle $1 \to 2 \to 3 \to 4 \to 1$. En déduire, par lecture graphique, l'efficacité du cycle.

(**b**) Déterminer la puissance thermique $\mathscr{P}_\mathrm{f}$ extraite de la source froide et la puissance électrique $\mathscr{P}$ du compresseur si le débit massique est $D = 1{,}0 \cdot 10^{-2}\,\mathrm{kg \cdot s^{-1}}$.

III Régime de fonctionnement

On s'intéresse dans cette partie à l'évolution de la température à l'intérieur du réfrigérateur. Cette température est supposée uniforme à l'intérieur du réfrigérateur. Elle est susceptible de varier dans le temps et sera notée T.
La source chaude est la cuisine dans laquelle est installé le réfrigérateur. Sa température est notée T_c, considérée constante.
La capacité thermique isobare de l'intérieur du réfrigérateur est notée $C = 3{,}0 \cdot 10^5\,\mathrm{J \cdot K^{-1}}$.
On note K le rapport entre l'efficacité réelle du réfrigérateur et son efficacité maximale. Il est supposé constant au cours du temps, de valeur $K = 0{,}25$. En revanche l'efficacité maximale dépend du temps : son expression est celle obtenue à la question **I.2** en prenant $T_f = T(t)$.

III.1. On évalue le défaut d'isolation thermique du réfrigérateur en coupant son alimentation électrique à l'instant $t = 0$ alors que l'intérieur du réfrigérateur est à la température initiale T_f. La puissance thermique reçue de l'extérieur par l'intérieur du réfrigérateur du fait d'un défaut d'isolation est modélisée par :

$$\mathscr{P}_\mathrm{th} = \lambda\,(T_c - T)\,, \tag{2}$$

avec λ une constante positive.

(**a**) Établir et résoudre l'équation différentielle vérifiée par la température T.

(**b**) La courbe 1 représente l'évolution de la température T à l'intérieur du réfrigérateur quand il n'est plus alimenté. Y lire les température T_c et T_f et exploiter la courbe pour déterminer la valeur de la constante λ.

III.2. Lorsque le réfrigérateur est en fonctionnement depuis longtemps, la température est régulée à T_f. Calculer la puissance thermique $\mathscr{P}_\mathrm{th}$ et la puissance électrique du compresseur, notée $\mathscr{P}_c$.

III.3. On étudie le refroidissement de l'intérieur du réfrigérateur. À $t = 0$ la température T est initialement égale à la température T_c de la pièce. La puissance $\mathscr{P}_c$ du compresseur est supposée constante.

(**a**) Établir l'équation différentielle vérifiée par la température T à l'intérieur du réfrigérateur quand il est en fonctionnement et en tenant compte de la puissance thermique $\mathscr{P}_\mathrm{th}$.

(**b**) Résoudre cette équation en négligeant $\mathscr{P}_\mathrm{th}$ et en déduire la durée nécessaire pour atteindre $T = T_f$. Discuter quantitativement la pertinence de l'approximation consistant à négliger $\mathscr{P}_\mathrm{th}$ pour cette phase du fonctionnement.

Les documents suivants devront tous être rendus avec la copie.

point	1	$2s$	2	3	4	$1'$	$2'$
P(bar)							10
θ(°C)							80
état du fluide							vapeur sèche
h(kJ · kg^{-1})							465

TAB. 1 : Caractéristiques des différents points du cycle.

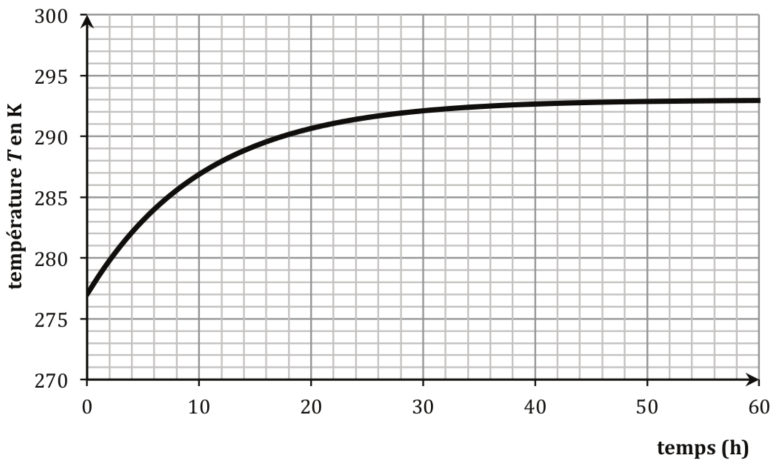


FIG. 1 : Réchauffement de l'intérieur du réfrigérateur quand il n'est plus alimenté.

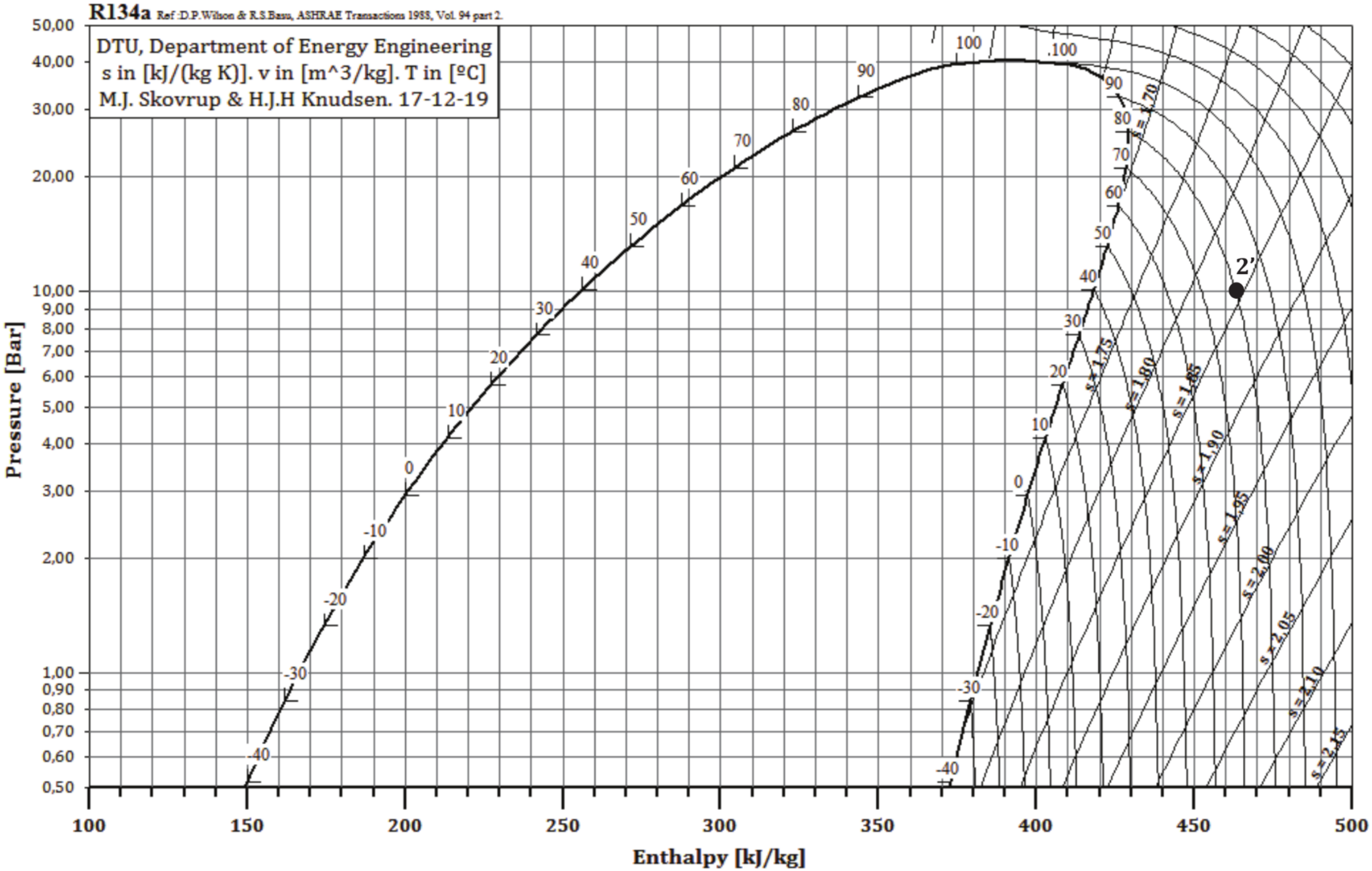


Fig. 2 : Pression P en bar en fonction de l'enthalpie massique h en kJ·kg^{-1}. Les courbes indicées $-40\dots100$ sont des isothermes (températures en °C) ; celles indicées $1{,}7\dots2{,}15$ sont des isentropiques (entropies massiques en kJ·K^{-1}·kg^{-1}). La figure complète devra comporter 3 couleurs : une pour le cycle $1, 2s, 3, 4$; une pour la portion $1, 2$; une pour le cycle $3, 4, 4', 4'', 1', 2'$.

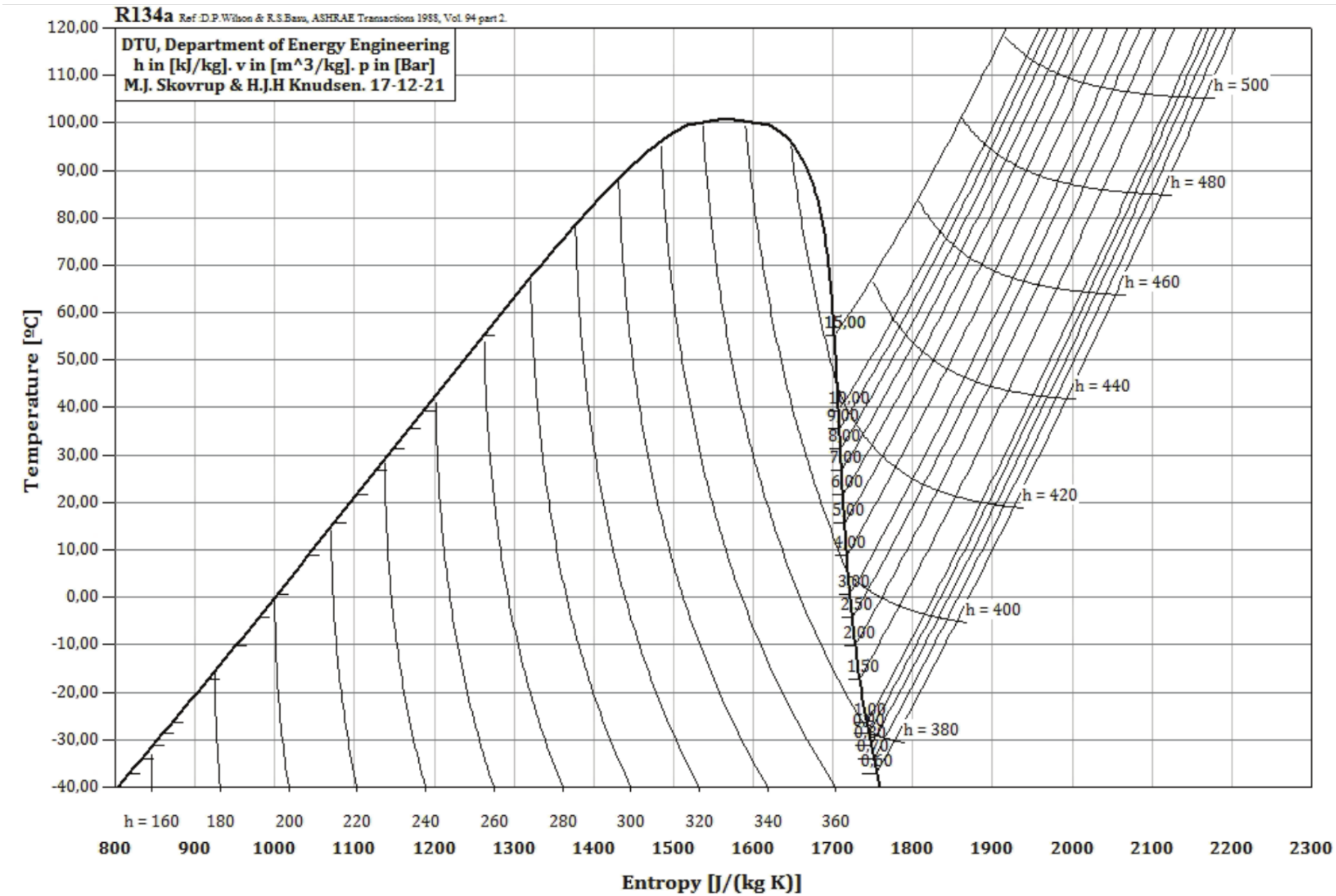


Fig. 3 : Température θ en °C en fonction de l'entropie massique s en $\mathrm{J \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}}$. Les courbes indicées 0,15…15 sont des isochores (volumes massiques en $\mathrm{m^3 \cdot kg^{-1}}$) ; celles indicées par 380…500 des isenthalpiques (enthalpies massiques en $\mathrm{kJ \cdot kg^{-1}}$).